

# Anwendung einer Übertragungsmethode zur Ermittlung von Schwingfestigkeiten an Druckfedern auf Basis von Schaubildern

Ende 2020 wurde das Forschungsprojekt IGF 19693 BR an der TU Ilmenau in Zusammenarbeit mit dem Verband der deutschen Federnindustrie e. V. (VDFI) mit dem Titel „Erneuerung der Dauerfestigkeitsschaubilder für kaltgeformte Schraubendruckfedern in DIN EN 13906-1 mit methodisch rechnerischer Herangehensweise“ abgeschlossen.

Darin wurden Dauerfestigkeitsschaubilder für Druckfedern erstellt und neben dem verwendeten Werkstoff auch die Federform, Fertigungseinflüsse sowie ein Sicherheitskonzept berücksichtigt. Diese Schaubilder basieren also auf detailliert beschriebenen Referenzfedern und -bedingungen.

Mit einer hier näher vorgestellten Übertragungsmethode können die dort enthaltenen Schwingfestigkeiten auf ähnliche Federn umgerechnet werden, welche in Geometrie, Herstellung und/oder Einsatzbedingungen von den Referenzfedern abweichen, womit die Auslegungsgenauigkeit noch weiter verbessert werden kann.

## Erstellung neuer Goodman-Diagramme für Federn

Die wesentlichen Ziele des Forschungsvorhabens IGF 19693 BR [Pet21] waren die Entwicklung einer Methode zur Erneuerung der Dauerfestigkeitsschaubilder in DIN EN 13906-1 für kaltgeformte und vorgesetzte Schraubendruckfedern sowie die Erstellung von Schaubildern für Referenzfedern. Dabei sollten sie so einfach wie die etablierten Goodman-Diagramme anwendbar sein. Die rechnerische Neubestimmung der Schwingfestigkeitskennlinien erfolgte unter Anwendung des Richtlinienentwurfs „Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Federn und Federelemente aus IGF 18495 BG“ [Rei17] bzw. der darin entwickelten, gleichnamigen FKM-Richtlinie, die nun schon in der 2. Auflage verfügbar ist [FKM23].

Die damit errechneten Schwingfestigkeitskennlinien wurden durch die Anwendung eines ebenfalls in der Richtlinie enthaltenen zweistufigen Sicherheitskonzepts derart verringert, dass sie hinsichtlich realer Versuchsdaten als konservativ zu bewerten sind. Die in den Schaubildern abgelesenen zulässigen Spannungshübe fallen also geringer aus als die abgeprüften Spannungshübe.

Die neuen Dauerfestigkeitsschaubilder sind für Standardanwendungen, wie bisher, direkt anwendbar. Sie wurden über ein umfangreiches Versuchsprogramm validiert und nach Projektende allen interessierten Firmen des VDFI sowie der European Spring Federation (ESF e. V.) zur weiteren Erprobung bereitgestellt und zudem vielfach veröffentlicht, aktuell bspw. in [Pet23][Pet24]. Zudem soll ein VDFI-Leitfaden die Verbreitung und Anwendung dieser neuen Schaubilder erleichtern [VDFI-L001]. Schon vor Projektbeginn, und nun über dessen Rahmen hinaus, war und ist es erklärtes Ziel, die DIN EN 13906-1 mit aktuellen, aber auch praxistauglichen Dauerfestigkeitsschaubildern zu erneuern. In der von der Forschungsstelle überarbeiteten FKM-Richtlinie sind die Schaubilder sowie weitere wertvolle Ergänzungen bereits enthalten [FKM23].

## Übertragungsmethode für Schwingfestigkeiten auf ähnliche Federn

Wie beschrieben, wurden die zulässigen Spannungen für ganz konkrete Federn unter Berücksichtigung aller schwingfestigkeitsbeeinflussenden Größen rechnerisch ermittelt. Die Diagramme sind also auf ebendiese Referenzfedern zugeschnitten, deren Parameter werden mit den Schaubildern jeweils mitgeliefert. In der Praxis weichen die Federparameter jedoch häufig von den beschriebenen Referenzfedern und Standardanwendungen ab (Geometrie, Festigkeit, Oberfläche, Eigenspannungen), durch andere Schwingspielzahlanforderungen (Arbeitspunkte, Lebensdauer) oder durch spezifische Sicherheitsanforderungen (Überlebenswahrscheinlichkeit).

Dadurch entstehen gewisse Abweichungen, bei denen Federingenieure im Zweifel auf die Schwingfestigkeit der nächstkonservativen Referenzfeder ausweichen müssen. Ein Beispiel dafür ist, wenn der gewünschte Drahtdurchmesser  $d = 5,5$  mm beträgt, im Diagramm jedoch nur Kennlinien für 5 mm und 8 mm angegeben sind. Somit müsste die Kennlinie des größeren Drahtdurchmessers benutzt werden. Eine Interpolation der Schwingfestigkeit zwischen den Kennlinien ist zwar möglich, jedoch sind die Zusammenhänge in Bezug auf den Drahtdurchmesser nicht linear.

Weitere Anwendungsfälle wie bspw. ein anderes Wickelverhältnis als das der Referenzfedern ( $w = 6$ ) oder eine durch Wärmebehandlung veränderte Zugfestigkeit  $R_{m,w}$  können nicht interpoliert werden. Zudem wurden die Schaubilder für Schwingspielzahlen von  $N = 10^6$  und  $10^7$  ermittelt. Wenn geringere Schwingspielzahlen jedoch ausreichend sind, sind diese Schaubilder deutlich zu konservativ. Dadurch wird Auslegungspotential verschenkt, die Wirtschaftlichkeit und eine auslastungsorientierte Ressourceneffizienz könnten besser gestaltet werden. Andererseits nimmt die zulässige Spannung bei Schwingspielzahlen größer  $10^7$  noch weiter ab. Dies schafft wiederum auch Unsicherheiten bei Federherstellern und -anwendern.

Es musste also ein Weg gefunden werden, um auch von den Referenzfedern abweichende Federn, bzw. Nicht-Standard-Einsatzbedingungen, sinnvoll und sicher bewerten zu können. Der Weg sollte jedoch einfacher handhabbar sein als die komplexere FKM-Richtlinie Federn, welche nur von geschultem Personal angewandt werden sollte.

Im Rahmen des Vorhabens [Pet21] wurde eine neue Methode entwickelt, um diese rechnerische Übertragung von Schwingfestigkeiten aus den Schaubildern auf andere, ähnliche Federn zu ermöglichen. Die Idee für diese Übertragungsmethode liegt in der Vereinfachung zweier FKM-Berechnungsabläufe, je für Referenzfeder und Wunschfeder. Die Richtlinie ist zwar teil-

weise erforderlich, um manche Faktoren und Summanden zu bestimmen, jedoch ist die Handhabung der hier vorgestellten Methode einfacher: Der Weg von der Schwingfestigkeit einer Referenzfeder laut Schaubild führt nun nicht mehr durch den vollständigen FKM-Berechnungsablauf, sondern über einfachere Verhältnisgleichungen zu der Schwingfestigkeit der gewünschten Feder (Wunschfeder).

Die Anwendung der Methode ist denkbar einfach: Die Schwingfestigkeit einer der Wunschfeder ähnlichen Referenzfeder  $\tau_{kH1}$  (Index 1; im Goodman-Diagramm abzulesen) wird durch die neuen Übertragungsfaktoren/-summanden  $K_x$  auf die Wunschfeder (Index 2) übertragen. Prinzipiell wird dabei wie folgt vorgegangen:

1. Festigkeitswert  $\tau_{kH1}$  von Referenzfeder aus Schaubild bei  $N = 10^6$  für die Feder ermitteln, die der Wunschfeder am nächsten kommt. Zusätzlich die vorhandene Sicherheit  $j_{ges,1}$  in der Legende des Schaubilds ablesen, falls die Sicherheitsanforderungen abweichen.
2. Die notwendigen Faktoren bzw. Summanden  $K_x$  bestimmen.
3. Mit Gleichung (1) neue zulässige Spannung  $\tau_{kH2}$  errechnen (gilt für  $N = 10^6$ ).
4. Festigkeitswert auf andere Schwingspielzahl  $N_i$ / Spannung  $\tau_{kH2,N_i}$  übertragen (Gleichung (2)).

$$\tau_{kH2} = \frac{2}{j_{ges,2}} \cdot (K_{GF} \cdot K_{OF} \cdot K_{ZF} \cdot \frac{\tau_{kH1}}{2} \cdot j_{ges,1} + K_{KS} + K_{MS}) \quad (1)$$

$$\tau_{kH2,N_i} = \tau_{kH2} \cdot \left(\frac{10^6}{N_i}\right)^{1/k_{1\tau}} \quad \text{für } N_i \leq N_D \quad \text{und} \quad \tau_{kH2,N_i} = \tau_{kH2} \cdot \left(\frac{10^6}{N_i}\right)^{1/k_{2\tau}} \quad \text{für } N_i > N_D \quad (2)$$

$$\text{Geometriefaktor} \quad K_{GF} = \frac{n_2}{n_1} \quad (3)$$

$$\text{Oberflächenfaktor} \quad K_{OF} = \frac{K_{R\tau,2}}{K_{R\tau,1}} \quad (4)$$

$$\text{Zugfestigkeitsfaktor} \quad K_{ZF} = \frac{R_{m,W,2}}{R_{m,W,1}} \quad (5)$$

$$\text{Kugelstrahlfaktor} \quad K_{KS} = \sigma_{ES,1} \cdot M_{\tau,1} - \sigma_{ES,2} \cdot M_{\tau,2} \quad (6)$$

(nur für kugelgestrahlte Federn anzuwenden)

$$\text{Mittelspannungsfaktor} \quad K_{MS} = \tau_{km,1} \cdot \frac{M_{\tau,1}}{3} - \tau_{km,2} \cdot \frac{M_{\tau,2}}{3} \quad \text{(nicht kugelgestrahlt)} \quad (7)$$

$$K_{MS} = \tau_{km,1} \cdot M_{\tau,1} - \tau_{km,2} \cdot M_{\tau,2} \quad \text{(kugelgestrahlt)} \quad (8)$$

$j_{ges}$  Gesamtsicherheitsfaktor (Richtlinie Kapitel 2.5)

$n$  Stützzahl aus statistischem Größeneinfluss (Richtlinie Kapitel 2.3.3)

$K_R$  Rauheitsfaktor (Richtlinie Kapitel 2.3.4)

Zugfestigkeit nach Wärmebeh. ( $R_m > 2000$  MPa  $\rightarrow R_m = 2000$  MPa,

Anmerkung: Die Grenze der Zugfestigkeit gilt nur für die Ermittlung der Zugdruckwechselfestigkeit, für die Ermittlung der Mittelspannungsempfindlichkeit  $M_\tau$  ist das ursprüngliche  $R_{m,W}$  anzusetzen (Richtlinie Kapitel 2.2.1)

$\sigma_{ES}$  vorhandene Eigenspannungen (Richtlinie Kapitel 2.4.2)

$\tau_{km}$  vorhandene Mittelspannung (Richtlinie Kapitel 2.4.2)

$M_\tau$  vorhandene Mittelspannungsempfindlichkeit (Richtlinie Kapitel 2.4.2)

Mit den Faktoren  $K_x$  können Einflüsse von Geometrie (GF), Oberflächenrauheit (OF), Zugfestigkeit (ZF), Kugelstrahlen (KS) und Mittelspannung (MS) berücksichtigt werden. Wenn sich die Referenzfeder und die neu auszulegende Feder in einem Punkt, bspw. der Oberflächenrauheit oder der Zugfestigkeit gleichen, so wird der jeweilige Faktor  $K_x = 1$ . Die Summanden  $K_{KS}$  und  $K_{MS}$  sind in dem Fall Null zu setzen. Die Verfahrensweise für die Benutzung des Haigh-Diagramms ist analog, es muss lediglich  $\tau_{kH1,2}/2$  durch  $\tau_{kA1,2}$  ersetzt werden.

Schließlich muss im Festigkeitsnachweis dafür gesorgt werden, dass die im Betrieb vorhandenen Spannungsamplituden jene berechneten zulässigen Spannungsamplituden nicht überschreiten, der Auslastungsgrad  $a_{BK}$  darf den Wert 1 nicht überschreiten.

$$a_{BK} = \frac{\tau_{ka}}{\tau_{kA}} \leq 1 \quad (9)$$

## Anwendungsbeispiel

Mit einem Beispiel soll die Methode anschaulich vorgestellt werden. Zwei Wunschfedern (Index 2) weichen in folgenden Punkten von einer Referenzfeder (Index 1) ab:

Wunschfeder 1:

Wickelverhältnis  $w$  und Schwingspielzahl  $N$  weichen ab.

Wunschfeder 2:

Überlebenswahrscheinlichkeit  $P_{\bar{u}}$  weicht ab.

Bevor die Faktoren/Summanden  $K_x$  ermittelt werden können, sind einige Angaben der Wunschfeder als Ausgangspunkt zur Bestimmung des passenden Goodman-Schaubilds erforderlich: Drahtsorte, Schwingspielzahl und Kugelstrahlbehandlung.

Die Wunschfedern sollen kugelgestrahlt sein und aus normgerechtem DH-Draht mit  $d = 5$  mm bestehen. (Gesamtwindungszahl  $n = 6,5$ ; Anzahl federnder Windungen  $n_f = 4,5$ ). Aus dem Leitfaden [VDFI-L001] werden das Diagramm in Abbildung 1 sowie die Tabelle der Parameter zur Berechnung der darin enthaltenen Referenzfedern entnommen.

An der Schwingfestigkeits-Kennlinie für die Referenzfeder mit  $d = 5$  mm kann  $\tau_{kH1}$  direkt am gewünschten Arbeitspunkt  $\tau_{kU1}$  abgelesen werden (Schritt 1). Dafür werden die Unter- und Oberspannung benutzt. Im Beispiel ist bei einer Unterspannung von  $\tau_{kU1} = 200$  MPa die Oberspannung  $\tau_{kO1} = 800$  MPa abzulesen ( $\tau_{km} = 500$  MPa;  $\tau_{kH1} = 600$  MPa).

Die Berücksichtigung des kleineren Wickelverhältnisses  $w = 4$  von Wunschfeder 1 ist im Geometriefaktor  $K_{GF}$  enthalten (Schritt 2). Die Ermittlung der Stützzahl  $n$  (nicht zu verwechseln mit der Anzahl der Windungen) erfolgt nach [FKM23] zu

$$n = \left(\frac{A_{ref,st}}{A_{DF,st}}\right)^{\frac{1}{k_{st}}} \quad (10)$$

mit  $A_{ref,st} = 500$  mm<sup>2</sup> und  $k_{st} = 19$ .

Die Berechnung von  $A_{DF}$  erfolgt mit

$$A_{DF} = A_{norm} \cdot \frac{\pi \cdot w \cdot d^2 \cdot n_f}{100 \text{ mm}^2} \quad (11)$$

wobei  $A_{norm}$  aus Diagramm 3.1-6 in der Richtlinie abzulesen ist:  $A_{norm,1}$  ( $w = 6$ ) = 65 mm<sup>2</sup> sowie  $A_{norm,2}$  ( $w = 4$ ) = 52 mm<sup>2</sup>. Daraus ergeben sich  $A_{DF,1} = 1.378$  mm<sup>2</sup> und  $A_{DF,2} = 735$  mm<sup>2</sup>. Damit können nun die beiden Stützzahlen bestimmt werden zu:  $n_1 = 0,948$  und  $n_2 = 0,980$ .

Der Einfluss der Geometrieänderung ist

$$K_{GF} = n_2/n_1 = 0,980/0,948 = 1,034.$$

Da weitere Faktoren nicht verändert werden, vereinfacht sich Gleichung (1) zu:

$\tau_{kH2} = (K_{GF} \cdot \tau_{kH1}) = 1,034 \cdot 600$  MPa = 620 MPa. Dies gilt für die Mittelspannung von  $\tau_{km} = 500$  MPa bei  $N = 10^6$ . Da in den meisten Fällen auch die Zugfestigkeit des Drahtes, idealerweise im gewünschten Wärmebehandlungszustand, bekannt ist, sollte auch  $K_{ZF}$  berücksichtigt werden. Der Übersichtlichkeit halber wird an dieser Stelle darauf verzichtet.

Die gewünschte Lastwechselzahl  $N_i = 2,5 \cdot 10^5$  wird über Schritt 4 mit Gleichung (2) berücksichtigt ( $N_i = 2,5 \cdot 10^5 < N_D = 10^6$ ):

$$\tau_{kH2,N_i} = 620 \text{ MPa} \cdot \left(\frac{10^6}{2,5 \cdot 10^5}\right)^{\frac{1}{6}} = 781 \text{ MPa} \quad (12)$$

( $k_{1\tau} = 6$  werkstoffabhängig aus FKM-Richtlinie Kapitel 2.4.3.2). Die Änderung des Wickelverhältnisses bewirkt zwar nur eine geringfügige Anhebung der zulässigen Spannung aufgrund des Geometrieinflusses, besitzt aber aufgrund des höheren Spannungsbeiwertes einen großen Einfluss auf die vorhandenen

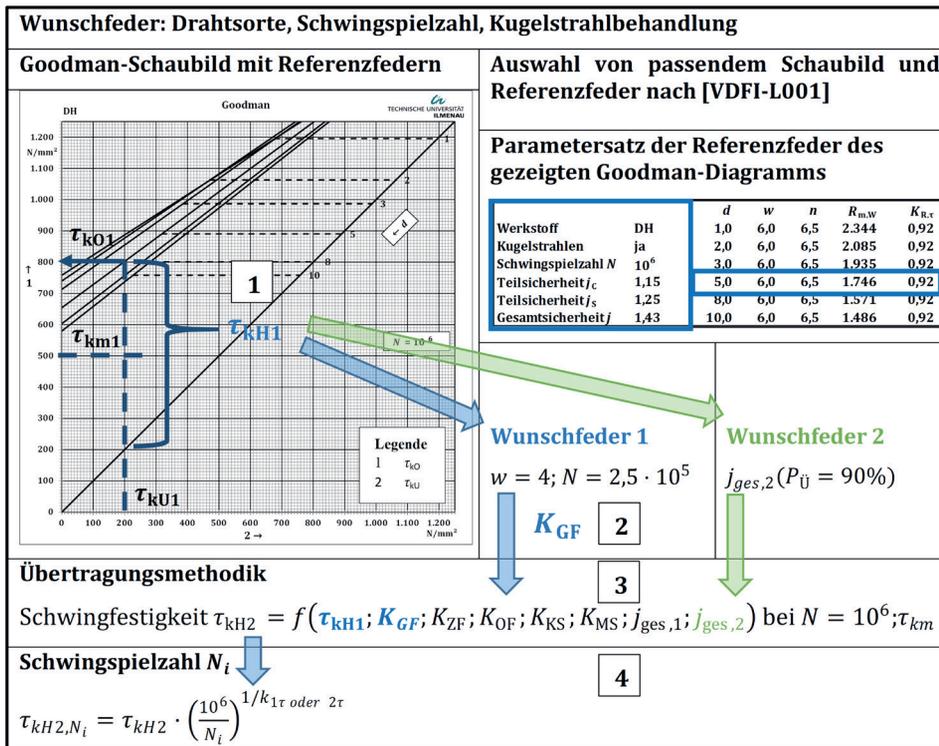


Abbildung 1: Veranschaulichung der Übertragungsmethode durch Auswahl des passenden Schaubilds mit Referenzfedern, Ermittlung notwendiger Faktoren oder Summanden  $K_x$  und Berechnung der Schwingfestigkeit der Wunschfedern.  
© TU Ilmenau

Spannungen an der versagenskritischen Windungsinnenseite. Die Anpassung der erforderlichen Schwingenspielzahl bewirkt jedoch einen signifikanten Zuwachs der zulässigen Spannungen, die Betrachtung nach Schaubild wäre unnötig konservativ.

Für das zweite Beispiel mit Wunschfeder 2 wird die gleiche Referenzfeder und deren gleicher Arbeitspunkt ausgewählt, um an dieser Stelle die Beschreibung einfach zu halten. Gewünscht ist eine Anpassung der Überlebenswahrscheinlichkeit. Im Rahmen von [Pet21] wurde festgelegt, dass in allen Schaubildern  $P_{\bar{v}} = 99,9\%$  gelten soll. Das führt werkstoffabhängig zu verschiedenen Teilsicherheitsfaktoren für die Zuverlässigkeit  $j_s$ . Für die Referenzfeder ist in Abbildung 1 die Angabe  $j_{s,1} = 1,25$  ersichtlich. Aufgrund geringerer Einsatzanforderungen von  $P_{\bar{v}} = 90\%$  wird in [FKM23] aus Tabelle 2 - 15 der Wert für den neuen Sicherheitsfaktor bei  $P_A = 100\% - P_{\bar{v}} = 10\%$  zu  $j_{s,2} = 1,10$  abgelesen.

Die Gesamtsicherheit ist  $j_{ges} = j_c \cdot j_s$ , wobei  $j_c$  im Beispiel konstant bleiben soll. Damit kann wiederum Gleichung (1) vereinfacht und gelöst werden zu

$$\tau_{kH2} = \frac{\tau_{kH1} \cdot j_{ges,1}}{j_{ges,2}} = \frac{\tau_{kH1} \cdot j_{s,1}}{j_{s,2}} = \frac{600 \text{ MPa} \cdot 1,25}{1,10} = 682 \text{ MPa} \quad (13)$$

Wie zu erwarten, ergibt sich durch die verringerten Anforderungen an die notwendige Überlebenswahrscheinlichkeit ein ca. 13 % höherer zulässiger Spannungshub.

## Fazit und Ausblick

Mit der gezeigten Übertragungsmethode können, ohne detaillierte Kenntnis des komplexen FKM-Rechenablaufs, die Schwingfestigkeiten für konkrete, von den Referenzfedern und Referenz-Einsatzbedingungen abweichende Federn ermittelt werden. In den einfachen Beispielen wird deutlich, dass durchaus erhebliches Potential frei wird, wenn die Rahmenbedingungen sich ändern. Andererseits können mit dieser Vorgehensweise auch Risiken gemindert werden,

indem die zulässigen Spannungshübe einzelfallabhängig geringer ausfallen und somit die Auslegung weniger kritisch wird.

Die Anwendung der Methode leistet einen wichtigen Beitrag in der modernen Federauslegung und befähigt Federhersteller (insbesondere KMU) wettbewerbsfähige und gleichzeitig sichere Produkte zu erzeugen.

## Förderhinweis

Das IGF-Vorhaben 19693 BR der Forschungsgesellschaft Stahlverformung e. V. wurde über die AiF im Rahmen des Programms zur Förderung der industriellen Gemeinschaftsforschung und -entwicklung (IGF) vom Bundesministerium für Wirtschaft und Klimaschutz (BMWK) aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages gefördert. Die Langfassung des Abschlussberichtes kann bei der FSV, Goldene Pforte 1, 58093 Hagen, angefordert werden.

## Referenzen

- [FKM23] FKM Forschungskuratorium Maschinenbau e. V. (Hrsg.): Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Federn und Federelemente – FKM-Richtlinie für Federn und Federelemente. 2. Auflage, VDMA-Verlag, Frankfurt am Main, 2023
- [Pet21] Petrich, M.; Kletzin, U.: Erneuerung der Dauerfestigkeitsschaubilder für kaltgeformte Schraubendruckfedern in DIN EN 13906-1 mit methodisch rechnerischer Herangehensweise – Abschlussbericht zum Forschungsvorhaben IGF 19693 BR. Ilmenau, 2021
- [Pet23] Petrich M.; Kletzin, U.: Auslegung von Druckfedern durch neu entwickelte Festigkeitsschaubilder verbessert. Konstruktion, (75)3, 2023, S. 68–73
- [Pet24] Petrich, M.; Kletzin, U.: Practical fatigue strength diagrams for compression springs based on the FKM-Guideline "Analytic Strength Assessment for Springs". International Journal of Fatigue, (183), 2024, S. 108273. Unter: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142112324001312>
- [Rei17] Reich, R.; Kletzin, U.; Oechsner, M.; Spies, A.; Klein, M.: Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Federn und Federelemente – Abschlussbericht zum Forschungsvorhaben IGF 18495 BG, 2017
- [VDFI-L001] VDFI-Richtlinie L001: Leitfaden zur Eignungsüberprüfung neuer Dauerfestigkeitsschaubilder für Schraubendruckfedern in der Praxis, 2021

Die Autoren des Beitrags sind Dr.-Ing. Martin Petrich, Prof. Dr.-Ing. Ulf Kletzin, Dr.-Ing. René Reich.

## Technische Universität Ilmenau

Fachgebiet Maschinenelemente  
Max-Planck-Ring 12  
98693 Ilmenau  
Ansprechpartner ist Martin Petrich  
Tel.: +49 3677 69-1865  
martin.petrich@tu-ilmenau.de  
[www.tu-ilmenau.de/maschinenelemente](http://www.tu-ilmenau.de/maschinenelemente)